Wie Netzwerke kleinzukriegen sind

Forscher entwickeln einen neuen Algorithmus, der komplexe Netzwerke effizient zerteilt.

In Zeiten rasant wachsender Ballungszentren und dem Auftauchen von Erregern neuartiger Krankheiten wie z. B. SARS oder der H5N1-Grippe sind effiziente Impfstrategien von großer Bedeutung. Impfstoffe sind oft nur begrenzt vorhanden, und es gilt, rasch zu handeln. Hierbei erweisen sich netzwerktheoretische Ansätze als besonders vielversprechend. Infektionskrankheiten breiten sich schließlich durch soziale Kontaktnetzwerke aus. In vielen epidemiologischen Modellen werden Individuen deshalb durch Netzwerkknoten modelliert und potenzielle Transmissionswege durch die Verbindungen zwischen den Knoten. Ist ein solches soziales Netzwerk stark verknüpft, so kann sich eine Infektion epidemieartig ausbreiten.

Welcher Anteil einer Population muss aber nun geimpft werden, um eine lawinenartige Ausbreitung vermeiden bzw. abschwächen zu können? Nach welchen Kriterien gilt es, Individuen zur Impfung auszusuchen? Oder in die Sprache der Netzwerktheorie übersetzt: Wie weit muss ein gegebenes Netzwerk durch Eliminierung aktiver Knoten ausgedünnt werden, damit es in eine Vielzahl kleinerer Teilnetzwerke zerfällt? Welche Knoten eines Netzwerks und wieviele davon muss man entfernen? Chen et al. haben nun einen ganz neuen Ansatz vorgestellt [1], mit dem sich stark verknüpfte Netzwerke noch effizienter als mit bisher bekannten Algorithmen [2, 3] in kleine Teilnetzwerke fragmentieren lassen (**Abb. 1**).

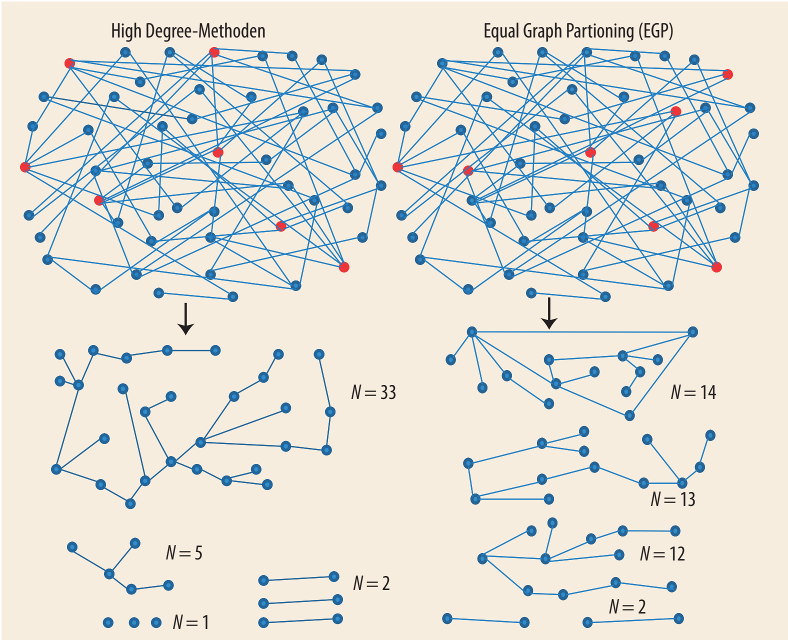

Abb. 1 Wie effizient der neuartige EGP-Algorithmus (vgl. Text) ist, zeigt sich bei einem Netzwerk mit 50 Knoten, von denen sieben entfernt werden sollen. Im Vergleich z. B. zur sog. High Degree-Methode (links), welche die sieben Knoten (rot) mit dem höchsten Verknüpfungsgrad entfernt, ist der EGP-Algorithmus besser in der Lage, das Netzwerk effizient in möglichst gleich große Teilstücke (angegeben ist die Zahl *N* der verbundenen Knoten) zu zerlegen (rechts).

Knoten, Links und Netze

Ein Maß für den globalen Verknüpfungsgrad eines Netzwerks ist das Verhältnis der Anzahl von Knoten im größten Teilnetzwerk $\tilde{N}$ und der Gesamtanzahl N von Knoten: $F = \tilde{N}/N$. Dieser Verknüpfungsgrad hängt von der Gesamtanzahl der Verbindungen („Links") im Netzwerk ab sowie insbesondere von der Knotengradverteilung $P(k)$ des Netzwerks. Der Grad k eines Knotens bezeichnet die Anzahl der anderen Knoten, mit denen er verbunden ist. Für einige mathematische Zufallsnetzwerke lässt sich zeigen, dass für einen mittleren Knotengrad oberhalb eines kritischen Wertes k_c ein „Giant Cluster" existiert – ein Teilnetzwerk von der gleichen Größenordnung des Gesamtnetzwerks. Unterhalb des kritischen Werts zerfällt das Netzwerk in kleine Fragmente. Man muss also nur sukzessive zufällig ausgewählte Knoten entfernen, bis k_c unterschritten wird, um ein solches Netzwerk zu fragmentieren. Viele reale Netzwerke sind aber „skalenfrei" und folgen einem Potenzgesetz in der Knotengradverteilung, d. h. sehr viele Knoten haben nur einige wenige Verbindungen, und einige wenige Knoten („Hubs") sind stark verknüpft. Prominente Beispiele für skalenfreie Netzwerke sind das Internet und das weltweite Flugverkehrsnetz. Skalenfreie Netzwerke sind sehr stabil gegenüber der zufälligen Ausdünnung von Knoten, da die Hubs den Zusammenhalt des Systems gewährleisten, und das Entfernen von Knoten vor allem die Mehrzahl der wenig verknüpften Knoten betrifft.

Bislang sind diverse Fragmentierungsalgorithmen entwickelt worden, um insbesondere skalenfreie Netzwerke effizient zu zerlegen. Meist stellt sich bei diesen Strategien die Frage, nach welchen Kriterien die zu entfernenden Knoten auszuwählen sind und wie stark sich der minimale Ausdünnungsgrad verringern lässt. Um verschiedene Algorithmen zu vergleichen, misst man die Größe $F(q)$, also das Verhältnis der Knotenanzahl im Giant Cluster und der Gesamtanzahl der Knoten als Funktion des Anteils der eliminierten Knoten q.

Die einfachste Strategie ist das sukzessive Entfernen zufällig ausgewählter Knoten. Diese Methode ist allerdings nicht sehr effektiv, insbesondere in skalenfreien Netzwerken. Eine deutliche Verbesserung ist der HD-Algorithmus (High Degree). Hierbei werden nach und nach die am stärksten verknüpften Knoten (also die mit dem höchsten Knotengrad k) entfernt. Damit veringert sich die Kohärenz des Netzwerkes sehr viel schneller. Eine Alternative ist die HB-Technik (High Betweenness). Hierbei werden Knoten nach ihrer Zentralität ausgewählt. Diese Eigenschaft gibt an, wieviel kürzeste Wege zwischen zwei beliebigen anderen Knoten durch einen Knoten gehen. All diese Methoden haben gemein, dass zunächst der Wert von q festgelegt, das Netz nach Knoteneigenschaften ausgedünnt, und dann der Funktionswert $F(q)$ gemessen wird: $q = 0{,}1$ heißt z. B., es werden 10 % der Knoten entfernt; $F(0{,}1) = 0{,}8$ bedeutet, dass der Giant Cluster nach Entfernung von 10 % der Knoten noch 80 % aller übrig gebliebenen Knoten umfasst.

In der aktuellen Studie gehen die Autoren einen ganz neuen Weg, indem sie das Problem gewissermaßen invertieren. Der neue EGP-Algorithmus (Equal Graph Partitioning) funktioniert nach folgendem Prinzip: Zunächst legt man einen Sollwert von F fest. Die Knoten werden dann in $n = 1/F$ gleichgroße Gruppen geteilt, die allerdings durch die Verbindungen zwischen den Knoten verschiedener Gruppen noch zusammenhängen. Einzelne Knoten werden dann von Gruppe zu Gruppe umsortiert, und zwar so, dass sich bei jedem Schritt die Anzahl der Verbindungen zwischen den Gruppen verringert (**Abb. 2**). Hierzu werden sog. Separatorgruppen definiert. Am Schluss des Algorithmus wird gemessen, welcher Anteil q von Knoten in den Separatorgruppen liegt und sich eliminieren lässt. Man misst also die Funktion $q(F)$ statt $F(q)$.

Die Autoren vergleichen die Effizienz dieser neuen Art von Algorithmus in verschiedenen paradigmatischen Zufallsnetzwerken und realen Netzwerken, z. B. einem Netzwerk, rekonstruiert aus sozialen Kontakten zwischen Personen am Arbeitsplatz und zu Hause. Der neuartige EGP-Algorithmus ist in allen untersuchten und statistisch sehr unterschiedlichen Netzwerken deutlich besser als in den bisherigen State-of-the-Art-Methoden. Nicht nur fällt die Schlüsselfunktion $F(q)$ sehr viel schneller ab als z. B. mit dem HD-Algorithmus, sondern der kritische Wert q_c, bei dem das Netzwerk komplett zerfällt, ist auch deutlich geringer als bei den anderen Methoden, bis zu 50 % in einigen Netzwerken.

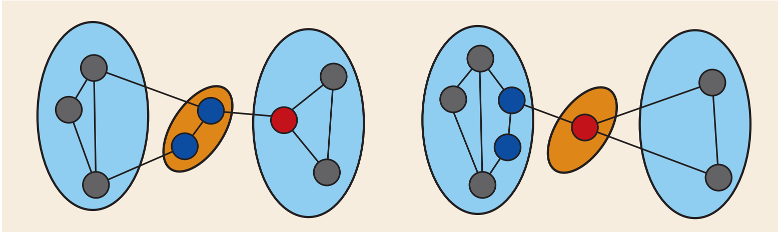

Abb. 2 Beim EGP-Algorithmus wird zunächst festgelegt, in wieviel gleichgroße Teile n (hier $n=2$) das Netzwerk zerlegt werden soll. Man gruppiert dann das Netzwerk in $n+1$ Teile und definiert eine Gruppe als Separatorgruppe (orange). Aus dieser verschiebt man Knoten in die anderen Gruppen. Jede potenzielle Knotenbewegung ist nur dann „valide", wenn nach ihr die Anzahl der Knoten in der Separatorgruppe abgenommen hat. Die Verschiebung der Knoten gehorcht folgenden Regeln: Bewegt man einen Knoten (z. B. den oberen blauen Knoten in der Separatorgruppe) in eine andere Gruppe, zieht dieser einen Knoten aus der anderen Gruppe in die Separatorgruppe. Befinden sich danach Knoten in der Separatorgruppe mit Verbindungen ausschließlich in eine Gruppe, muss dieser Knoten folgen (unterer blauer Knoten).

Diese Ergebnisse sind ein vielversprechener Fortschritt in der Entwicklung effizienterer Methoden, komplexe Netzwerke zu fragmentieren. Inwieweit sich der EGP-Algorithmus in reale Impfstrategien umsetzen lässt, wird sich zeigen. Im Gegensatz zur konventionellen HD-Methode, die als Knotenmerkmal nur den Knotengrad benötigt, erfordert EGP die Kenntnis der gesamten Netzwerkstruktur. Diese lässt sich in realen sozialen Netzwerken praktisch nur in den seltensten Fällen ermitteln. Trotzdem zeigen die Ergebnisse von Chen et al., wie wichtig die Anwendung von Konzepten aus der theoretischen Physik und angewandten Mathematik für diesen Forschungszweig sein können, aber auch für andere komplexe Phänomene in vielen interdisziplinären Forschungsgebieten zwischen Physik, Biologie, Soziologie oder Ökologie [4, 5].

Dirk Brockmann

[1] *Y. P. Chen* et al., Phys. Rev. Lett. **101**, 5 (2008)
[2] *R. Cohen, S. Havlin* und *D. ben Avraham*, Phys. Rev. Lett. **91**, 24 (2003)
[3] *R. Pastor-Satorras* und *A. Vespignani*, Phys. Rev. E **65**, 3 (2002)
[4] *D. J. Watts* und *S. H. Strogatz*, Nature **393**, 6684 (1998)
[5] *R. Albert* und *A. L. Barabasi*, Rev. Mod. Phys. **74**, 1 (2002)

Prof. Dirk Brockmann, Engineering Sciences and Applied Mathematics, Northwestern University & Northwestern Institute on Complex Systems, 2145 Sheridan Rd., Evanston IL, 60208, USA

KURZGEFASST

Das Universum durchkämmen

Astronomische Beobachtungen haben in Kombination mit kosmologischen Modellen gezeigt, dass sich das Universum beschleunigt ausdehnt. Um dies auch modellunabhängig zu überprüfen, müsste man über die zeitliche Entwicklung der Rotverschiebung weit entfernter Objekte direkt deren Driftgeschwindigkeit präzise messen. Jetzt ist es Forschern aus Garching und Kollegen gelungen, einen Spektrographen mittels eines Frequenzkamms so genau zu kalibrieren, dass sich damit die Driftgeschwindigkeit bis auf rund 9 m/s genau bestimmen lässt. Diese Methode sollte eine Genauigkeit von Zentimetern pro Sekunde erlauben, die nötig ist, um nach Exoplaneten zu suchen.
T. Steinmetz et al., Science **321**, 1335 (2008)

Schneller schalten!

Wissenschaftler der PTB haben den physikalisch schnellstmöglichen Schaltprozess einer magnetischen Speicherzelle realisiert. Mit einem Strompuls aus spinpolarisierten Elektronen durch die Speicherzelle lässt sich die Magnetisierung der Zelle einstellen und zur Präzession bringen. Mehrere Präzessionsumdrehungen waren bislang nötig, um die Magnetisierung zuverlässig umzuschalten und das magnetische Bit zu programmieren. Die PTB-Forscher zeigten nun, dass schon eine Umdrehung die Magnetisierung umkehrt, wenn man Form und Länge des Pulses genau kontrolliert und ein statisches Magnetfeld anlegt. Das ermöglicht Schaltzeiten von unter 1 ns.
S. Serrano-Guisan et al., Phys. Rev. Lett. **101**, 087201 (2008)